

Aufgabe 1: Bundesgartenschau: Morgens

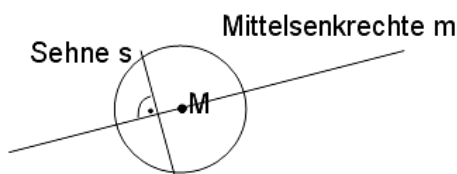


Lisa macht mit ihrer Klasse einen Ausflug zur Bundesgartenschau. Damit die Klasse nicht einfach so durch das Gelände läuft, bekommen die SchülerInnen Aufgaben zu verschiedenen Geländeteilen gestellt:

Das Blumenbeet Wien ist kreisförmig angelegt. Überlege dir anhand einer Modellskizze, wie der Mittelpunkt für eine Statue nachträglich herausgefunden werden kann!

Lösung:

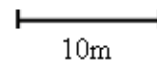
Man zeichne eine beliebige Sehne s des Kreises ein, und konstruiere deren Mittelsenkrechte m . Der Mittelpunkt des daraus erhaltenen Kreisdurchmessers ist der gesuchte Punkt:



Aufgabe 2: Bundesgartenschau: Mittags

Lisa macht mit ihrer Klasse einen Ausflug zur Bundesgartenschau. Damit die Klasse nicht einfach so durch das Gelände läuft, bekommen die SchülerInnen Aufgaben zu verschiedenen Geländeteilen gestellt:

Die Pflanzenanlage Rom zeigt Ausgrabungen alter Bäume. Es wurden drei Baumwurzeln gefunden, die zu einem ehemals kreisförmigen Baumgarten gehörten. Versuche den Mittelpunkt und den Durchmesser dieses Kreises zu finden!



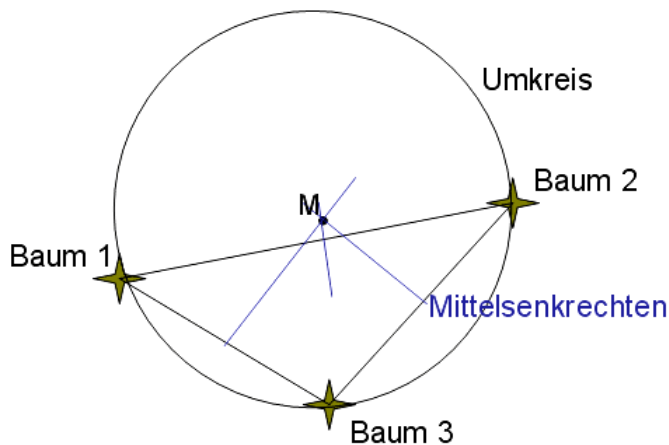
Baum 1

Baum 2

Baum 3

Lösung:

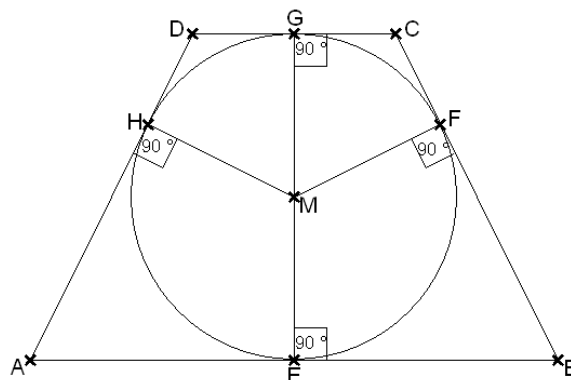
Verbinde die Standorte der drei Bäume zu einem Dreieck und konstruiere die Mittelsenkrechten der Dreiecksseiten (zwei Mittelsenkrechten reichen.) Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten liefert den gesuchten Mittelpunkt M des Umkreises. Der Durchmesser des Kreises kann aus der konstruierten Figur ausgemessen werden (5,5 cm):



Aufgabe 3: Bundesgartenschau: Nachmittags

Lisa macht mit ihrer Klasse einen Ausflug zur Bundesgartenschau. Damit die Klasse nicht einfach so durch das Gelände läuft, bekommen die SchülerInnen Aufgaben zu verschiedenen Geländeteilen gestellt:

Das Blumenbeet Amsterdam zeigt ein Tulpenmeer, das kreisförmig angelegt wurde. Um dieses wurden Bäume und Sträucher trapezförmig angepflanzt. Aufgabe ist es, den Umfang des Trapezes heraus zu finden. Leider sind die Seiten rechts und links total überwachsen und können nicht abgemessen werden:



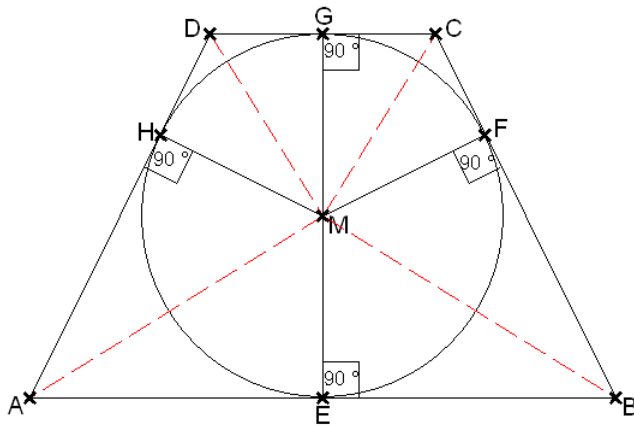
Lisa hat eine Idee: „Ich messe einfach die Seiten oben und unten und verdopple deren Summe, weil die Seiten links und rechts zusammen genauso groß sind.“ Zeige, dass dies stimmt!

Lösung:

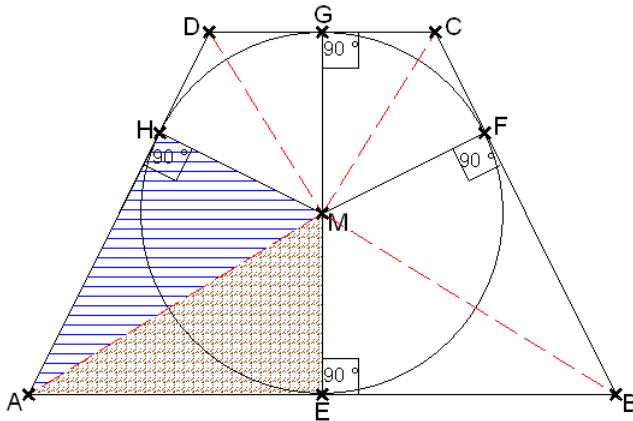
Vorbemerkung: Lisas Behauptung lässt sich wie folgt formulieren: $\overline{CD} + \overline{AB} = \overline{BC} + \overline{DA}$

Lösungsidee: Zerlegung des Trapezes in Dreiecke und Kongruenzbetrachtungen („SSW“)

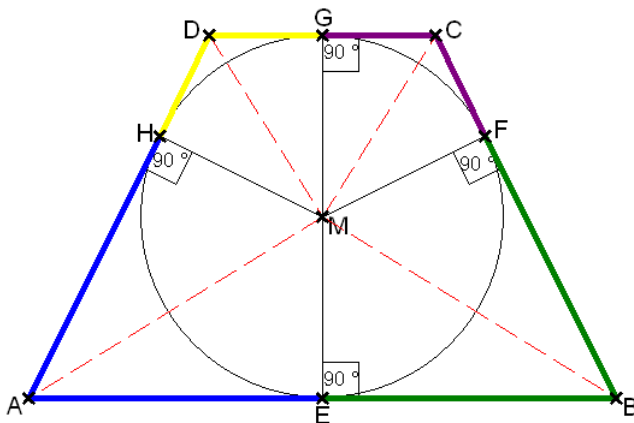
Die Winkelhalbierenden des Trapezes (es handelt sich hier um ein Tangentenviereck) zerlegen die Figur in acht Dreiecke:



Die gestrichelt dargestellten Winkelhalbierenden sind Symmetrieachsen von je einem Dreieckspaar:
 Je zwei aneinandergrenzende Dreiecke, z.B. $\triangle AEM$ und $\triangle AHM$, besitzen einen rechten Winkel und zwei gleich lange Seiten, z.B. $\overline{MH} = \overline{ME} = r_{\text{Inkreis}}$ und die gemeinsame Seite $\overline{AM}$ (die eingezeichnete Winkelhalbierende.)



Mit dem Kongruenzsatz „SSW“ folgt daraus, dass diese Dreiecke kongruent sind, also auch in der Länge der dritten Seite jeweils übereinstimmen. In der folgenden Abbildung sind diese gleichlangen Seiten gleich gefärbt:



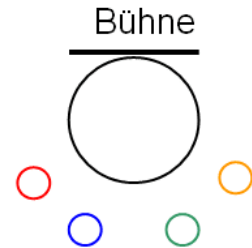
Anhand der Zeichnung lässt sich erkennen, dass gilt: $\overline{CG} + \overline{GD} + \overline{AE} + \overline{EB} = \overline{FC} + \overline{DH} + \overline{AH} + \overline{BF}$

Dies entspricht aber gerade der Behauptung: $\overline{CD} + \overline{AB} = \overline{BC} + \overline{DA}$, deren Richtigkeit damit gezeigt ist.

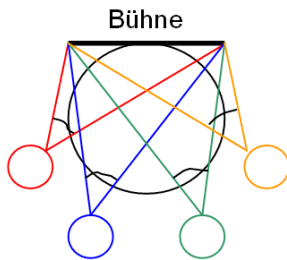
Aufgabe 4: Konzert im Zirkus



Ein Musikkonzert findet in einem Zirkus statt. Andi, Bea, Chris und Doris haben nur noch getrennte Plätze in der letzten Reihe der kreisförmigen Arena bekommen. Nach dem Konzert diskutieren sie, welcher Platz am besten war. Kannst du ihnen helfen?



Lösung:



Nach dem Umfangswinkelsatz gilt:

Wenn zwei Umfangswinkel über demselben Bogen liegen, dann sind sie gleich groß. Wird hier ein Bogen um die Bühne gelegt, kann der Satz (näherungsweise) angewendet werden. Also sind alle Winkel gleich groß und da gilt „je größer der Winkel, desto besser ist der Platz“, sehen alle gleich gut.

Aufgabe 5: Kirchenfenster (Dynamische Geometriesoftware)

Sicher habt ihr schon einmal eine gotische Kirche gesehen. Habt ihr je die Fenster betrachtet? Ich habe mich immer gefragt, wie diese kleinen Kunstwerke entstehen und welche Geometrie dahinter steckt. Und genau damit wollen wir uns hier beschäftigen! Zunächst wollen wir uns die äußere Grundform ansehen. In der Gotik wurden vermehrt die so genannten Spitzbögen gebaut:

(a) Konstruiere einen solchen Spitzbogen mit Zirkel und Lineal.

Hier zur Hilfe eine kleine Konstruktionsanleitung:

Ein Spitzbogen lässt sich relativ leicht konstruieren. Er besteht aus einem rechteckigen Fenster, das nach oben durch die so genannte Kämpferlinie begrenzt ist. Deren Randpunkte bezeichnet man als die Kämpferpunkte K und K'. Wenn man um die Kämpferpunkte Kreise mit dem Radius der Länge der Kämpferlinie zeichnet, erhält man den gewünschten Spitzbogen.

Diese Konstruktion der Spitzbögen kann man variieren, indem man die Mittelpunkte der Kreise nach außen (überhöhter Spitzbogen) oder innen (gedrückter Spitzbogen) verschiebt.



(b) Wiederhole die Konstruktion mit dynamischer Geometriesoftware (z.B. EUKLID DynaGeo).

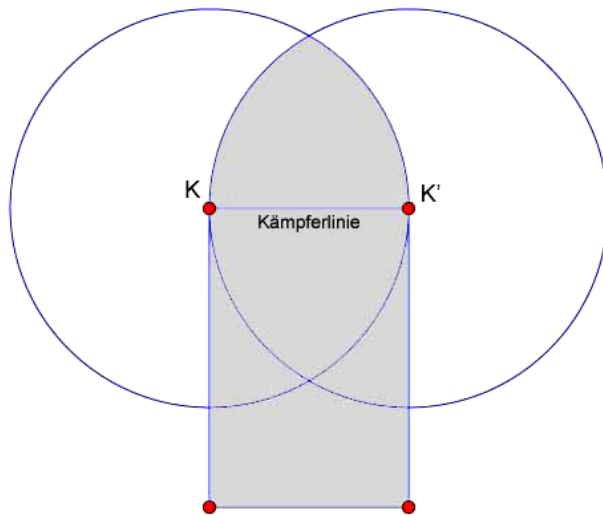


(c) Als nächstes versuchen wir, das „Kleeblatt“ zu konstruieren. Schau dir die Figur genau an und entwickle eine Konstruktionsvorschrift. Du kannst zunächst wieder mit Zirkel und Lineal anfangen und danach deine Idee in Cinderella/Euklid umsetzen.

Lösung:

(a) + (b)

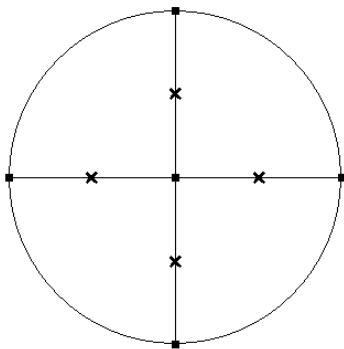
Die Konstruktion des Spitzbogens mit Zirkel und Lineal bzw. mit EUKLID DynaGeo erfolgt anhand der Konstruktionsanleitung aus der Aufgabenstellung:



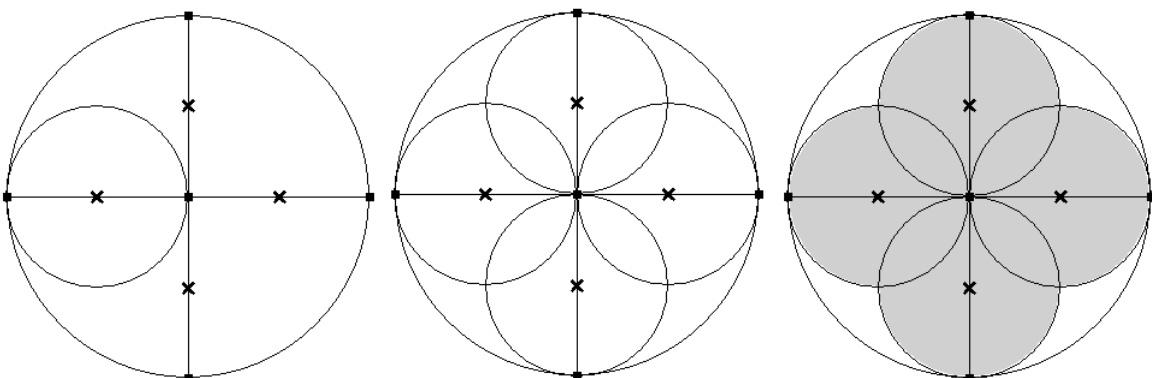
(c)

Konstruktionsskizze:

1. Schlege einen Kreis mit beliebigem Radius R .
2. Zeichne den Durchmesser ein und errichte die Mittelsenkrechte dazu.
3. Konstruiere den Mittelpunkt zu jedem der vier nun eingezeichneten Radien.



4. Schlege einen Kreis um jeden dieser Mittelpunkte mit dem halben Radius R des ursprünglichen Kreises, um die gesuchte Kleeblatt-Figur zu erhalten:.



5. Wenn man die Figur einfärbt, kann man das Kleeblatt noch besser erkennen!